

引文格式:郭世杰,肖嘉城,李泽雨,等. 虑及运动学参数温变特性的工业机器人在线精度补偿[J]. 航空制造技术, 2026, 69(8): 25010204.

GUO Shijie, XIAO Jiacheng, LI Zeyu, et al. Online accuracy compensation of industrial robots considering temperature-dependent kinematic parameters[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2026, 69(8): 25010204.

# 虑及运动学参数温变特性的工业机器人 在线精度补偿

郭世杰<sup>1,2</sup>,肖嘉城<sup>1</sup>,李泽雨<sup>1</sup>,贾亮<sup>1</sup>,贾婧<sup>1,2</sup>

(1. 内蒙古工业大学机械工程学院,呼和浩特 010051;

2. 内蒙古自治区机器人与智能装备技术重点实验室,呼和浩特 010051)

[摘要] 针对工业机器人在高精度作业过程中几何误差与热误差耦合导致末端位姿精度下降的问题,本文以六自由度工业机器人为研究对象,提出了一种考虑运动学参数温变特性的在线精度补偿方法。基于MD-H运动学模型建立几何误差模型,并构建了温度变化与运动学参数之间的数学关系,实现了热致运动学参数变化的统一建模。针对传统参数辨识算法收敛速度慢、易陷入局部最优的问题,提出了一种融合 Tent 混沌映射与差分进化策略的改进山羊优化算法,用于几何误差参数的高精度辨识。进一步基于误差雅可比矩阵与工作空间仿真分析,筛选出对末端位姿精度影响显著的关键温度敏感参数,以降低在线补偿复杂度。KUKA KR16-2 工业机器人试验结果表明,该方法可将平均位置误差和平均姿态误差分别降低至 0.3467 mm 和 0.1778°,降幅达 61.80% 和 51.23%,验证了此方法的有效性。

关键词:工业机器人;热误差;参数温变特性;参数辨识;在线补偿

中图分类号:TP242.2

文献标志码:A

DOI: 10.16080/j.issn1671-833x.25010204



郭世杰

教授、博士生导师,主要研究方向为智能制造及机器人技术,机电系统动力学与控制等。

随着航空制造向精密化及自动化方向不断发展,飞机结构件在加工、焊接与装配环节的质量控制面临更为严格的要求<sup>[1-2]</sup>。在此背景下,工业机器人作为实现自动化制造的核心装备,其定位精度的提升已成为亟待解决的核心问题<sup>[3-4]</sup>。因此,提升工业机器人定位精度具有重要意义。在影响定位精度的诸多误差源中,几何误差占总误差约 80%<sup>[5]</sup>,是首要制约因素;非几何误差中热误差会随机器人运行工况的变化而不断累积并导致显著的定位偏差;二者均会严重影响加工装配的质量与稳定性<sup>[6]</sup>。减

少工业机器人几何误差与热误差是实现高精度机器人制造的关键所在,降低误差的方法分为两种:误差预防法与误差补偿法<sup>[7]</sup>。相对于误差预防法,误差补偿法具有成本低、效率较高的优势<sup>[8]</sup>。精确的误差建模、可靠的误差辨识及高效的补偿策略是实现有效补偿的关键要素。

为提升工业机器人的定位精度,国内外学者围绕几何误差开展了大量研究。几何误差主要源于机器人在机械结构设计、制造与装配过程中的固有偏差<sup>[9]</sup>。因此针对几何误差的补偿研究成为精度提升的重要方向。

收稿日期:2025-12-29;退修日期:2026-01-19;录用日期:2026-01-30

基金项目:国家自然科学基金(52365064);内蒙古自治区高等学校青年科技人才发展项目(NJYT23043);内蒙古科技计划项目(2025KYPT0077);内蒙古自然基金(2024LHMS05015);自治区直属高校基本科研业务经费项目(JY20250045)

通信作者:贾婧,讲师、博士,主要研究方向为精密检测与加工。

针对几何误差,通常采用运动学标定的方法,包括4个步骤:建模、测量、辨识和补偿。现有机器人运动学模型,包括经典的D-H模型<sup>[10]</sup>、MD-H模型<sup>[11]</sup>、POE模型<sup>[12]</sup>及CGA模型<sup>[13]</sup>等。在上述所有数学模型中,MD-H模型因其参数完备性、最小化、连续性和明确的物理意义等特性,是工业机器人校准领域中最广泛使用的模型<sup>[14]</sup>。机器人位姿测量方面的测量仪器包括球杆仪<sup>[15]</sup>、激光跟踪仪<sup>[16]</sup>和坐标测量机<sup>[17]</sup>等。激光跟踪仪具有精度高、测量范围大等特点,已成为最普遍使用的仪器<sup>[18]</sup>。基于误差模型与测量数据构建的参数辨识问题,其求解精度直接决定误差补偿效果。常用的辨识算法为最小二乘法<sup>[19]</sup>。Zhu等<sup>[20]</sup>采用Levenberg-Marquardt算法实现了辨识双臂串联机器人运动学误差参数。模拟退火算法<sup>[21]</sup>具有规避局部最优的特点,在参数辨识中广泛应用。黄智等<sup>[22]</sup>提出改进模拟退火算法以加快其收敛速度。陈卓凡等<sup>[23]</sup>利用改进量子粒子群对机器人逆运动学进行求解。上述方法在一定程度上提升了辨识效果,但常见优化算法仍存在收敛性不足、对初始值敏感且易陷入局部最优的问题,影响补偿的稳定性与鲁棒性。误差补偿主要分为关节空间补偿法与微分误差补偿法<sup>[24]</sup>。微分误差补偿法基于微分变换的思想,将机器人定位误差等效为微小位移并通过关节补偿量实现修正,具有实现简便、适用性强的特点。相比之下,关节空间补偿法须修正运动学模型并依赖控制器底层参数开放,兼容性与工程实用性受限。因此微分误差补偿法成为目前工程中应用最广泛的误差补偿策略。

针对工业机器人热误差,国内外学者也做了深入研究。几何误差补偿主要是对运动学参数修正,以实现系统性静态误差的有效补偿<sup>[25]</sup>。然而,此类方法通常难以处理随时

间变化的动态误差,导致补偿效果在不同工况下的鲁棒性不足,可能出现过补偿或欠补偿现象<sup>[26]</sup>。此外,实际生产中机器人长期高速运行会因关节摩擦及电机、减速器发热引起结构热变形,导致运动学参数漂移和末端位姿偏移,从而影响加工与装配质量的稳定性。针对热误差补偿问题,Sigron等<sup>[27]</sup>基于指数积公式建立了几何误差、间隙误差及热误差的综合模型,但未考虑温度对连杆长度参数外的误差影响。王一等<sup>[28]</sup>利用激光视觉检测系统与基准标靶,建立了机器人温度误差自标定系统,但此方法只适用于视觉检测,无法应用于通用工业机器人。郝继贵等<sup>[29]</sup>构建了温度误差补偿模型,并利用双目视觉实现在线自标定,但每次标定只在特定区域采集少量位姿点,无法对整个工作空间进行有效补偿。Li等<sup>[30]</sup>基于有限元理论建立热分布与变形模型,并提出适用于工业现场的动态补偿策略,但其有限元建模计算量大且复杂,补偿模型为线性模型,难以应对复杂热场变化。

针对上述问题,本研究以六自由度工业机器人为研究对象,开展热效应引起的运动学参数变化映射关系、几何误差参数辨识及热误差参数筛选的在线补偿研究。首先,针对工业机器人长期运行过程中温度变化引起运动学参数漂移且难以

精确建模的问题,引入多源温度信息,建立温度变化与运动学参数温变特性之间的数学映射模型;其次,针对传统几何误差参数辨识算法易陷入局部最优、收敛速度慢的问题,提出一种改进的山羊优化算法(Goat optimization algorithm, GOA),通过引入Tent混沌映射与差分进化策略,提升初始种群质量并增强搜索导向性,从而提高参数辨识的收敛速度与精度;最后,针对现有热误差补偿方法多局限于非零杆长参数、难以全面刻画温度影响的问题,基于误差敏感性分析筛选热致显著的运动学参数,在控制补偿维数的同时,实现对热致运动学误差的更全面补偿。

## 1 机器人建模

### 1.1 几何误差建模

以六自由度工业机器人为研究对象,它在零位下坐标系如图1所示。根据MD-H模型建立KUKA KR16-2工业机器人正运动学模型,相邻连杆坐标系的转换关系式<sup>[31-33]</sup>为

$${}^{i+1}T = \text{Rot}(x, \alpha_i) \text{Trans}(a_i, 0, 0) \text{Rot}(z, \theta_i) \text{Trans}(0, 0, d_i) \text{Rot}(y, \beta_i) = \begin{bmatrix} c\theta_i c\beta_i & -s\theta_i & & & & \\ s\theta_i c\alpha_i c\beta_i + s\alpha_i s\beta_i & c\theta_i c\alpha_i & & & & \\ s\theta_i c\alpha_i c\beta_i - c\alpha_i s\beta_i & c\theta_i s\alpha_i & & & & \\ 0 & 0 & & & & \\ & c\theta_i s\beta_i & a_i & & & \\ s\theta_i c\alpha_i s\beta_i + s\alpha_i c\beta_i & -d_i s\alpha_i & & & & \\ s\theta_i s\alpha_i s\beta_i - c\alpha_i c\beta_i & d_i c\alpha_i & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & \end{bmatrix} \quad (1)$$

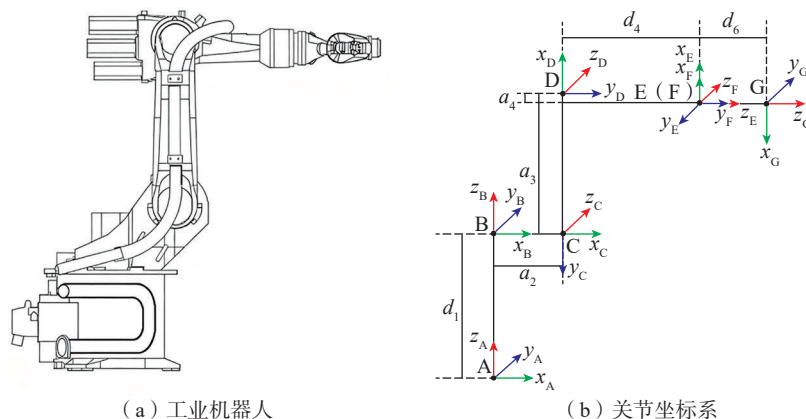


图1 工业机器人及其关节坐标系

Fig.1 Industrial robots and joint coordinate systems

式中,  $c$  表示  $\cos$ ;  $s$  表示  $\sin$ ;  $\alpha_i, a_i, d_i, \theta_i, \beta_i$  分别为机器人的连杆转角、连杆长度、连杆偏置、关节角、相邻平行关节处绕  $Y$  轴转动的旋转参数, 因为只有相邻关节 2、3 互相平行, 所以其余  $\beta$  均为 0。

根据图 1 建立的坐标系, 待标定的机器人 MD-H 模型参数如表 1 所示。根据相邻坐标系的齐次变换矩阵  ${}^{i+1}T_i$ , 可得工业机器人末端位姿变换矩阵为

$${}^0T = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 = \begin{bmatrix} R_6 & L_6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,  $R_6$  为机器人末端理论位姿旋转矩阵,  $L_6$  为末端理论位姿位置矢量。

当机器人生产装配时, 其理论运动学参数与实际运动学参数之间存在偏差, 导致机器人到达的实际位姿点与理论位姿出现偏差, 根据机器人连杆参数误差微小位移假设, 相邻连杆微分变化量为

$$d{}^{i+1}T_i = \frac{\partial {}^{i+1}T_i}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial {}^{i+1}T_i}{\partial d_i} \Delta d_i + \frac{\partial {}^{i+1}T_i}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial {}^{i+1}T_i}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i + \frac{\partial {}^{i+1}T_i}{\partial \beta_i} \Delta \beta_i \quad (3)$$

式中,  $\Delta \theta_i, \Delta d_i, \Delta a_i, \Delta \alpha_i, \Delta \beta_i$  分别为各连杆参数误差。以此类推, 假设六自由度串联机器人各连杆参数均存在误差, 将误差矩阵引入传动链结构, 可以得到机器人末端位姿误差  $\Delta P_n$  与运动学参数误差  $\Delta \eta_n$  之间的传递关系为

$$\Delta P_n = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_n}{\partial d_1} & \frac{\partial P_n}{\partial a_1} & \frac{\partial P_n}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial P_n}{\partial \beta_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial d_n} & \frac{\partial P_n}{\partial a_n} & \frac{\partial P_n}{\partial \alpha_n} & \frac{\partial P_n}{\partial \beta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta d_1 \\ \Delta a_1 \\ \Delta \alpha_1 \\ \Delta \beta_1 \end{bmatrix} = J \Delta \eta_n \quad (4)$$

式中,  $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ;  $J$  为雅可比矩阵;  $\Delta \eta_n = [\Delta \theta_i, \Delta d_i, \Delta a_i, \Delta \alpha_i, \Delta \beta_i]^T$  为运动学参数误差向量。

## 1.2 热致运动学参数建模

热误差随着温度的变化进行动态变化, 属于典型的动态误差。当机器人连续工作数小时后, 即使末端执行器重复到达同一目标位姿, 其测量结果仍会出现显著漂移, 该漂移远超出机器人的重复定位精度范围, 主要由机器人自身发热引起的温度变化所导致。

由于温度升高会造成机器人末端位姿不断进行漂移, 直到热平衡后其漂移量达到最大值。对于运动学参数连杆长度  $a_i$  和连杆偏置  $d_i$  来说, 假设每个连杆是均匀升温, 温度造成  $a_i$  和  $d_i$  的变化主要是由线性热膨胀引起的, 机器人连杆在温度升高时, 其物理长度会增加, 数学模型表达为

$$\Delta a_i = a_i \times \lambda_i \times (T_i - T_0) \quad (5)$$

$$\Delta d_i = d_i \times \lambda_i \times (T_i - T_0) \quad (6)$$

式中,  $\lambda_i$  为连杆  $i$  的材料膨胀系数;  $T_i$  为连杆平均温度;  $T_0$  为室温。

温度对连杆扭角的影响主要由不均匀的热膨胀引起, 通常是支撑关节轴的轴承发热, 可能导致内外圈变形, 从而改变两个相连连杆轴线的相

对方向; 此外, 电机和减速器是通过法兰连接, 连接法兰的不均匀受热会导致变形, 使得电机轴和减速器轴不再完美平行, 从而改变了它们之间的扭角。由于该效应复杂且难以通过简单公式描述, 可采用多元多项式回归拟合的方法, 将连杆扭角变化与各测点温度的关系表达为

$$\Delta \alpha_i = F(T_1, T_2, \dots, T_n) \approx \sum_{j_1=0}^p \sum_{j_2=0}^{p-j_1} \dots \sum_{j_n=0}^{p-\sum_{k=1}^{n-1} j_k} C_{j_1, j_2, \dots, j_n} \prod_{k=1}^n T_k^{j_k} \quad (7)$$

式中,  $T_k$  表示第  $k$  个关键温度点的温度,  $p$  为多项式阶数,  $C_{j_1, j_2, \dots, j_n}$  为拟合系数。

温度对关节转角的影响表现为整个关节传动链的热致零位漂移及传动误差。减速器外壳、齿轮等部件的热膨胀会改变输入轴与输出轴之间的相对位置, 使关节角增加一个偏移量。温度变化还会影响润滑油粘度、齿轮啮合间隙及刚度, 从而导致在相同电机转角下输出端的实际转角发生变化。此外, 电机转子发热和伸长通过传动链传递, 也会最终引起输出端角位移误差。它对关节转角的热致误差同样可以用多元多项式进行拟合, 即

$$\Delta \theta_i = F(T_1, T_2, \dots, T_n) \approx \sum_{j_1=0}^p \sum_{j_2=0}^{p-j_1} \dots \sum_{j_n=0}^{p-\sum_{k=1}^{n-1} j_k} D_{j_1, j_2, \dots, j_n} \prod_{k=1}^n T_k^{j_k} \quad (8)$$

式中,  $D_{j_1, j_2, \dots, j_n}$  为拟合系数。

## 2 误差参数求解

在位姿测量后, 通过获取理论位姿与实际位姿的偏差数据, 进一步开展误差参数辨识工作。根据式(4)构建优化算法的目标函数为

$$f = \sum_{l=1}^n |\Delta P_n - J_n \Delta \eta_n| \quad (9)$$

式中,  $n$  为待测位姿点的数量,  $\Delta P_n$

表 1 MD-H 运动学参数

Table 1 MD-H kinematic parameters

关节	$a_i/\text{mm}$	$\alpha_i/(\circ)$	$d_i/\text{mm}$	$\theta_i/(\circ)$	$\beta_i/(\circ)$
1	0	0	675	$\theta_1$	0
2	260	-90	0	$\theta_2$	$\beta_2$
3	680	0	0	$-90+\theta_3$	0
4	-35	-90	670	$\theta_4$	0
5	0	90	0	$\theta_5$	0
6	0	-90	158	$180+\theta_6$	0

为所测量第  $l$  点的末端位姿误差,  $J_n$  为末端定位误差与工业机器人误差参数之间的线性关系,  $\Delta\eta_n$  为待求解的误差参数。

## 2.1 GOA 的几何误差参数辨识

采用 GOA 对误差参数进行辨识,其灵感来源于山羊在恶劣和资源有限环境中的适应性行为。该算法旨在通过模拟山羊的觅食策略、移动模式和躲避寄生虫的能力,有效平衡探索和开发,以解决全局优化问题。

在探索阶段每个山羊通过随机移动来探索搜索空间,其新位置的更新公式为

$$X_c^{t+1} = X_c^t + \alpha \cdot G \cdot (UB - LB) \quad (10)$$

式中,  $X_c^t$  是第  $c$  个山羊在迭代  $t$  的位置,  $\alpha$  是探索系数,  $G$  是从高斯分布  $N(0,1)$  中抽取的随机变量,  $UB$  和  $LB$  为参数上下界。

在开发阶段山羊逐渐向当前最优解移动,以细化解的质量,其位置更新公式为

$$X_c^{t+1} = X_c^t + \alpha' \cdot (X_{leader}^t - X_c^t) \quad (11)$$

式中,  $X_{leader}^t$  是当前最优解,  $\alpha'$  是开发系数。

跳跃策略是通过跳跃机制帮助山羊逃离局部最优解,其位置更新公式为

$$X_c^{t+1} = X_c^t + h \cdot (X_{random} - X_c^t) \quad (12)$$

式中,  $h$  是跳跃系数,  $X_{random}$  是随机选择的山羊。

寄生虫回避和解筛选策略是针对适应度值处于种群最低 20% 的山羊,将其位置重置为随机生成的新位置,以保持种群的多样性和鲁棒性。重置公式为

$$X_c^{t+1} = LB + (UB - LB) \cdot \text{rand}(d) \quad (13)$$

式中,  $\text{rand}(d)$  生成一个  $d$  维的随机向量,取值范围在  $[0,1]$  之间。

## 2.2 改进 GOA

全局寻优性能与初始种群的质量密切相关,初始种群的分布均匀性与多样性直接决定了算法对搜索空

间的覆盖能力,进而影响寻优效率与全局最优解的求解精度,因此引入 Tent 映射在  $[0,1]$  之间产生混沌序列,并将之映射到算法的搜索空间, Tent 映射公式为

$$x_{e+1} = \begin{cases} \frac{\mu \cdot x_e}{b}, & 0 < x_e \leq b \\ \frac{\mu \cdot (1 - x_e)}{1 - b}, & b < x_e < 1 \end{cases} \quad (14)$$

式中,控制参数  $\mu=2$ ,分段阈值  $b=0.5$ ,  $x_e \in (0,1)$  的随机数。

针对 GOA 在前期收敛性不强的问题,引入差分进化策略,充分利用种群中已有的优质解信息,生成具有强导向性的候选解,快速缩小搜索范围,避免算法在迭代初期的盲目探索,加速优质解的传播与迭代。差分进化策略在 GOA 的“探索阶段之后、开发阶段之前”执行,仅对种群中 50% 的个体进行变异、交叉、选择操作。

第 1 步,进行变异操作,生产有导向型的变异解,其公式为

$$v_{c,j} = \text{gbest}_j + \text{de}_f \times (x_{r1,j} - x_{r2,j}) \quad (15)$$

式中,  $v_{c,j}$  为第  $c$  个个体第  $j$  维参数的变异解;  $\text{gbest}_j$  为当前全局最优解的第  $j$  维参数;  $\text{de}_f$  为变异因子控制变异幅度;  $x_{r1,j}, x_{r2,j}$  为随机选择的两个不同个体的第  $j$  维参数。

第 2 步,进行交叉操作维持种群多样性,避免变异解与种群脱节,即

$$u_{c,j} = \begin{cases} v_{c,j} & \text{rand}(0,1) \leq \text{de}_{CR} \text{ or } j = j_{\text{rand}} \\ x_{c,j}^{\text{old}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $u_{c,j}$  为第  $c$  个个体第  $j$  维参数的试验解;  $\text{de}_{CR}$  为交叉概率,控制变异解的基因占比;  $j_{\text{rand}}$  为随机选择的维度索引;  $x_{c,j}^{\text{old}}$  为第  $c$  个个体的原解。

第 3 步,选择适应度更优的解,保证每一次差分操作都能提升种群质量,即

$$x_{c,j}^{\text{new}} = \begin{cases} u_{c,j} & \text{fitness}(u_c) < \text{fitness}(x_c^{\text{old}}) \\ x_{c,j}^{\text{old}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

式中,  $x_{c,j}^{\text{new}}$  为第  $c$  个个体更新后的最终解;  $\text{fitness}(\cdot)$  为目标函数适应度值。图 2 为改进后的 GOA 流程图。下文介绍其流程。

(1) 采用 Tent 混沌映射生成初始种群,充分利用混沌映射的遍历性与均匀分布特性,以增强初始解的多样性并改善种群的全局覆盖能力。

(2) 对初始种群中每个个体的适应度进行计算,根据适应度评价结果筛选得到当前迭代阶段的全局最优解。

(3) 每个个体执行探索操作,通过拓展搜索范围增强算法的全局探索能力。

(4) 对种群执行差分进化的交叉、变异、选择操作,通过差分进化算子更新种群,以提升解的质量。

(5) 进入开发阶段,向当前最优个体迭代,在最优解附近精细化搜索。

(6) 执行跳跃策略避免算法陷入局部最优,通过随机个体引导位置更新。

(7) 判断当前个体的适应度是否属于种群最低的 20%,若是则重置该个体位置,若不是则保持原个体位置不变。

(8) 基于当前个体的位置,重新计算并更新种群所有个体的适应度值。

(9) 判断是否满足算法终止条件,若不满足则跳回步骤(5),若满足则输出最优解。

## 2.3 热误差参数求解

在机器人关键部位布置温度传感器,实时采集各温度探头的温度值。同时,将机器人依次移动到预先设定的测量位姿点,并在每个位姿点处测量末端执行器的实际位姿。通过比较当前温度下的位姿与常温参考位姿,可得到末端执行器在当前位置的热致位姿漂移量  $\Delta P_t_n$  为

$$\Delta P_t_n = [dX \ dY \ dZ \ \delta X \ \delta Y \ \delta Z]^T \quad (18)$$

式中,  $dX$ 、 $dY$ 、 $dZ$  表示位置偏差,  $\delta X$ 、 $\delta Y$ 、 $\delta Z$  表示姿态偏差。基于所有测量位姿点的观测结果, 可将误差方程变为式(19)的线性方程组。

$$Y = \begin{bmatrix} \Delta P_{t_1} \\ \vdots \\ \Delta P_{t_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ \vdots \\ J_n \end{bmatrix} \cdot \Delta \eta_g = M \cdot \Delta \eta_g \quad (19)$$

式中,  $Y$  为  $6n \times 1$  的观测向量,  $M$  为  $6n \times m$  的雅可比矩阵,  $\Delta \eta_g$  为待求解的热误差参数值。

为求解  $\Delta \eta_g$  中所有误差参数并保证解的稳定性, 利用 SVD 分解法对  $M$  矩阵进行分解, 可得

$$M = U \cdot S \cdot V^T \quad (20)$$

式中,  $U$  和  $V$  分别为方阵  $MM^T$  和  $M^T M$  的单位特征向量构成的矩阵,  $S$  为  $M$  的奇异值矩阵。

利用上述分解结果, 可求得热误差参数向量的最小二乘解为

$$\Delta \eta_g = V \cdot S^{-1} \cdot U^T \cdot Y \quad (21)$$

式中,  $S^{-1}$  表示非零奇异值取倒数得到的广义逆矩阵。

### 3 试验结果验证

#### 3.1 试验平台搭建

本研究系统的硬件核心包括 3 部分, 为机器人本体、高精度测量装置与温度监测系统。执行机构采用 KUKA KR16-2 工业机器人, 其重复定位精度为  $\pm 0.05$  mm, 额定负载为 16 kg。末端位姿测量使用 Leica AT960 激光跟踪仪, 单点测量精度达  $(15 \pm 6) \mu\text{m}$ 。温度监测部分集成 FLIR A310 红外热像仪(测量精度为读数的  $\pm 2\%$ ) 与 NI CompactDAQ 模块化温度采集系统(精度为  $\pm 0.2 \sim \pm 0.5$   $^{\circ}\text{C}$ ), 用于同步获取温度场数据。系统另设独立上位机, 负责运行位姿补偿算法, 并与上述设备协同, 实现机器人末端位姿的闭环测量与分析。试验平台整体架构如图 3 所示。

该系统构建以实时测量反馈为核心的闭环控制回路, 执行以下流

程。首先, 上位机通过 TCP/IP 协议与机器人控制柜进行通信, 将目标位姿指令发送至控制柜。其次, 通过示教器启动机器人, 使之运动至待测点位; 在此过程中, 激光跟踪仪实时采集机器人末端的实际位姿数据, 并上传至上位机; 上位机同步获取当前机器人的末端位姿误差及各关键节点的温度信息, 通过集成数据处理算

法解算出相应的位姿补偿量, 并生成修正后的位姿集合。最后, 该系统将补偿后的位姿指令再次下发至控制柜, 驱动机器人执行校正后的位姿点以实现补偿。

#### 3.2 几何误差辨识

基于测量数据与所构建的目标函数, 采用传统 GOA、改进 GOA 及鲸鱼优化算法(Whale optimization

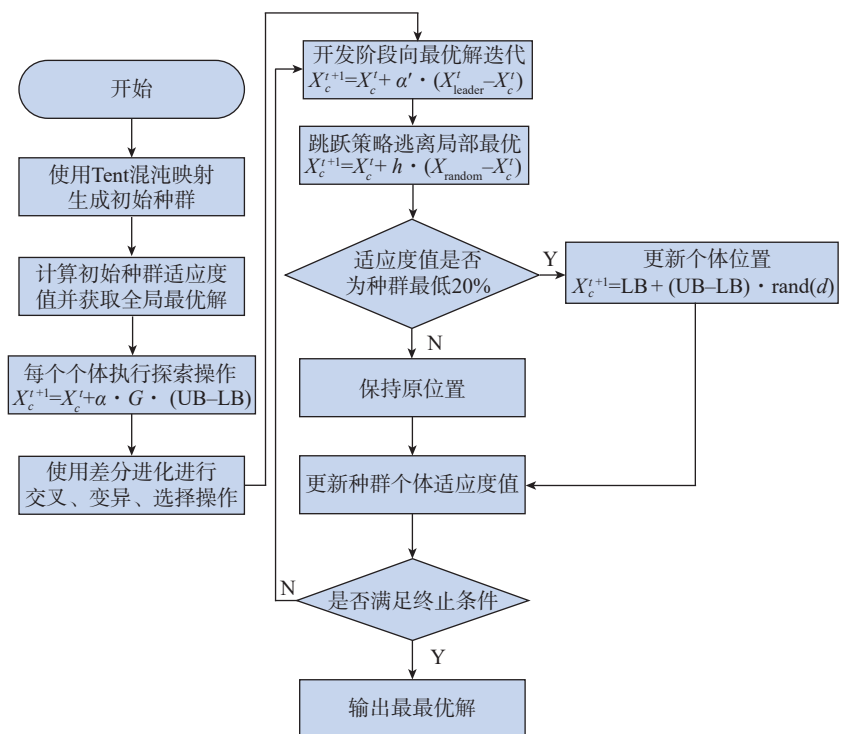


图 2 改进 GOA 辨识算法流程

Fig.2 Improve the GOA recognition algorithm process

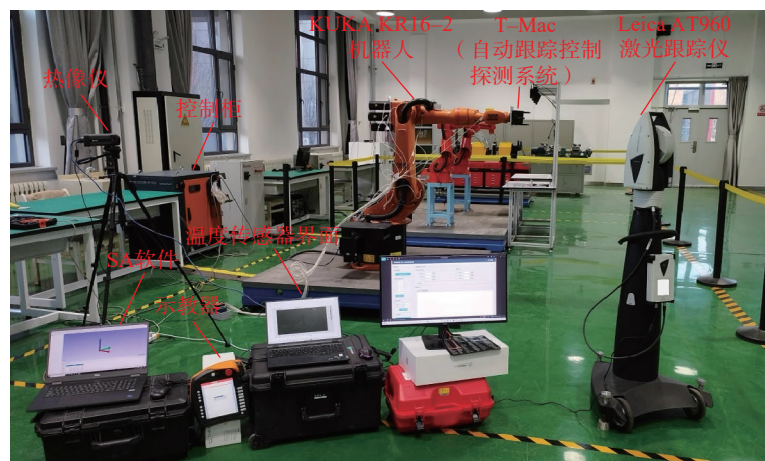


图 3 工业机器人标定系统

Fig.3 Industrial robot calibration system

algorithm, WOA) 分别进行 10 次独立运行,并以误差值  $<0.01$  作为终止条件,对比 3 种算法在不同种群规模 500、1000、1500 下的平均迭代次数与总计算时间,并在相同种群规模下,将最大迭代次数统一设为 200 次,比较各算法的误差收敛性能,结果如图 4 所示。其中,  $T$  为运行时间,  $N$  为迭代次数,  $E$  为误差值。

由图 4 可见,在种群数量为 500、1000、1500 时,改进 GOA 算法总计算时长较 WOA 算法平均降低 44.86%,

较传统 GOA 算法降低 25.00%;改进 GOA 算法迭代次数,较 WOA 算法平均降低 80.46%,较传统 GOA 算法平均降低 66.50%;改进 GOA 算法误差值,较 WOA 算法平均降低 38.80%,较传统 GOA 算法平均降低 21.12%。对常温下机器人的参数误差进行参数辨识,利用优化算法求解得到的辨识结果,如表 2 所示。

### 3.3 参数温变特性

为确定温度传感器在机器人本体上的最优布置位置,本研究采用热

成像辅助分析的布点策略。首先,通过让机器人持续运行,每间隔 1 h 采集其温度分布情况,得到不同运行时间下的红外热像图,如图 5 所示。

图 5 (a) 为机器人持续运行 1 h 后的红外热像图。此时,关节减速器处已出现明显的高温区域,其表面最高温度约为  $32\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,表明在连续运行 1 h 后,关节减速器开始持续释放热量并逐渐成为系统的初始主要热源;但受限于运行时间较短,热量尚未在结构中充分扩散,其传导范围仍较为

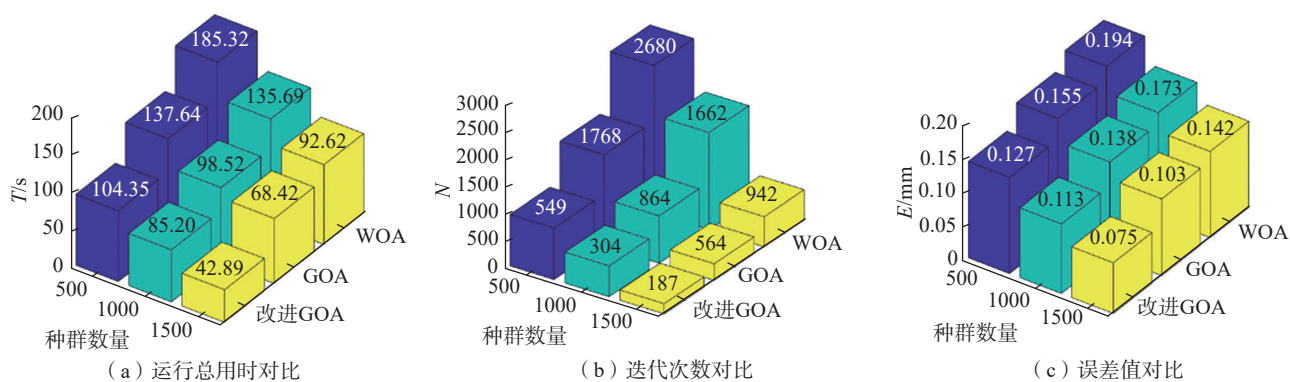


图 4 不同种群数量算法迭代对比

Fig.4 Comparison of different population size algorithms

表 2 几何参数误差辨识结果

Table 2 Geometric parameter error identification results

关节	$a_i/\text{mm}$	$\alpha_i/(\text{ }^{\circ})$	$d_i/\text{mm}$	$\theta_i/(\text{ }^{\circ})$	$\beta_i/(\text{ }^{\circ})$
1	-0.427216	-0.000717	0.131977	0.003243	0
2	0.003123	0.002503	0.073907	-0.001231	-0.013541
3	0.003123	0.002279	-0.082997	0.004122	0
4	0.041999	-0.001314	-0.014716	0.003476	0
5	0.020166	-0.001573	0.037639	-0.008637	0
6	0.046171	-0.023484	-0.009547	0.006883	0

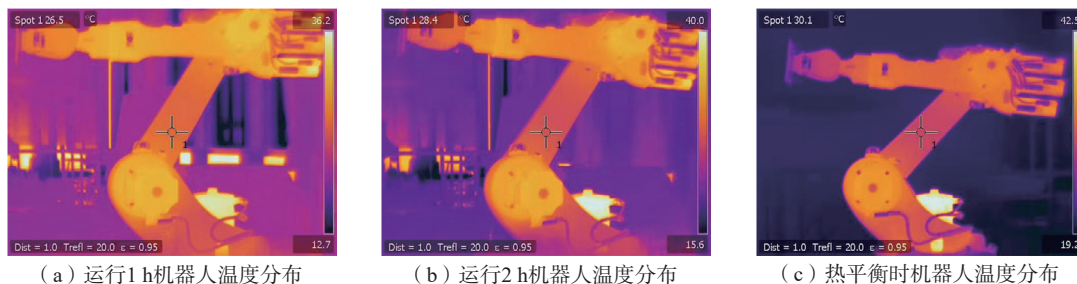


图 5 运行不同时长机器人温度分布

Fig.5 Temperature distribution of robots operating at different time

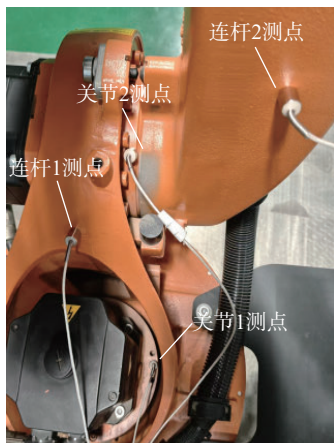
有限,机械臂连杆等非核心结构区域整体仍处于相对低温状态,连杆温度约在 26~29 °C 之间,温度分布呈现出由关节向外快速衰减的特征,热影响主要集中在关节局部区域。图 5 (b) 为机器人持续运行 2 h 后的红外热像图,与图 5 (a) 相比,关节及其邻近区域的最高温度进一步升高至约 35.3 °C,表明关节减速器作为持续热源不断积累热量,且热量开始沿机械结构向相邻连杆方向传导,此时部分连杆区域温度已升至 31~33 °C 之间,说明热影响范围逐渐沿机械臂延伸,关节-连杆之间的热传导路径开始显现,整体温度分布的不均匀性进一步加剧,机器人各部位间的温差逐渐增大。图 5 (c) 为机器人达到热平衡状态时的红外热像图,此时关节减

速器温度进一步升高并趋于稳定,最高温度约为 36 °C,热量已在结构内部充分传导至各级机械臂连杆处,连杆大面积呈现橙红色高温特征,其表面温度普遍维持在 32~35 °C 区间,表明机器人各部位温度已基本稳定;关节热源释放的热量与系统对流、辐射等散热方式达到动态平衡。此阶段温度梯度的传播路径清晰可见,热量由关节减速器向整个机械臂结构扩散,非核心区域同样达到较高温度水平,整体热分布的均匀性显著提升,充分反映了机器人在长期稳定运行条件下形成的典型热稳态特征。

通过对比分析不同时刻的红外图像,可直观识别主要热源分布及其引发的温度梯度传播路径。在此基础上,进一步判定各关节处减速器为

核心热源,其产生的热量会传导至相邻机械臂连杆,连杆因热变形导致运动学参数发生变化。基于上述热分析结果,最终确定在机器人各关节壳体及关键连杆表面布置温度传感器,具体位置如图 6 所示。

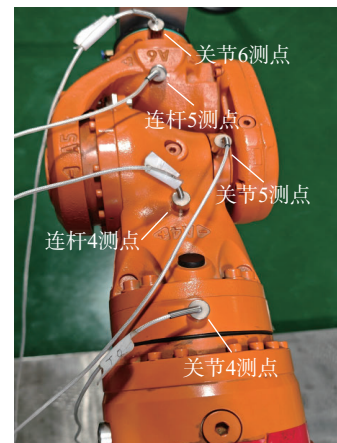
根据上述分析,在工业机器人各关节壳体与关键连杆表面布置温度传感器后,同步采集运行过程中的温度数据与末端位置漂移信息,并绘制各测点温度随时间变化曲线与各方向漂移量均值图,如图 7 和 8 所示。由图 7 可见,在机器人持续运行过程中,各关键节点温度随运行时间逐渐上升,约 150 min 后趋于稳定,达到热平衡状态,其中关节减速器处温升最为显著,与热成像分析结果一致。图 8 反映了机器人末端在 X、Y、



(a) 关节1、2及连杆1、2温度测点位置



(b) 关节3及连杆3温度测点位置



(c) 关节4、5、6及连杆4、5温度测点位置

图 6 温度测点位置

Fig.6 Temperature measurement point location

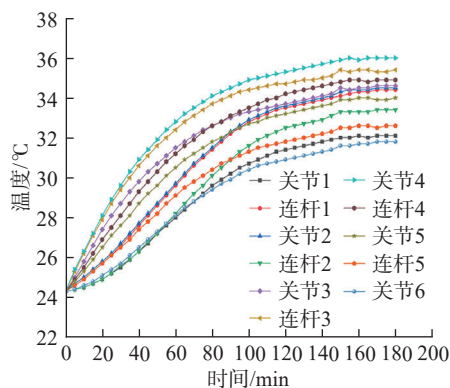


图 7 各测点温度变化

Fig.7 Temperature changes at each measurement point

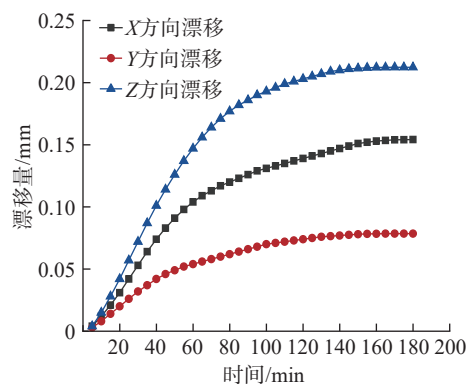


图 8 各方向漂移量均值

Fig.8 Average drift amount in all directions

Z方向上的位姿漂移情况,可见随着温度升高,漂移量逐步增大,尤其在热平衡阶段后期漂移趋于稳定, X、Y、Z最大漂移量分别为0.154 mm、0.078 mm、0.212 mm,说明热变形是影响定位精度的关键因素。通过分析得到,温度变化与末端漂移具有明显的同步性与相关性,验证了在热源关键区域布置温度传感器的有效性,为后补偿提供了数据依据。

### 3.4 基于敏感性分析的温度补偿参数筛选

理论上,连杆参数均受温度影响而产生偏差,因此须对所有运动学参数误差进行辨识。每个测量位姿可提供6个参数方程,因此至少需要5个采样点方可完整辨识所有参数误差。为提高辨识精度,通常构建方程数量为待辨识参数3~5倍的超定方程组,这意味着热误差补偿至少需20~30个采样点。然而过多采样会显著增加标定时间,降低效率。实际上,仅部分运动学参数随温度发生显著性变化,辨识并聚焦于对温度敏感的关键参数,剔除次要参数项,对提升补偿效率具有重要意义。

基于敏感性分析的温度补偿参数筛选的核心思想,是通过量化分析各运动学参数对末端精度的影响程度以及在实际温度变化下的漂移幅度,识别出对热误差贡献最大的关键参数,从而实现有针对性的高效补偿。通过误差雅可比矩阵描述运动学参数微小变化对末端位姿的影响,量化各参数的敏感性,再通过综合指标考虑参数的实际热漂移及其对末端位姿的影响。

根据机器人运动学误差模型可得

$$\Delta P_t = J \Delta \eta_n \quad (22)$$

式中,雅可比矩阵  $J$  的元素本质上是绝对敏感性系数,其物理意义为参数产生单位误差时,末端产生的位姿误差。因此,  $J$  直接量化了参数误差与末端位姿误差的线性关系,为敏感性分析提供了数学基础。

为验证雅可比矩阵的敏感度系数量化结果的有效性,通过工作空间位姿仿真,直接量化各运动学参数误差对末端位姿精度的影响,为关键参数的优先辨识提供支撑。机器人的运动学误差参数主要分为角度误差和长度误差,结合运动学模型模拟角度误差和长度误差对机器人末端位姿的影响。KUKA KR16-2 机器人各轴运动范围如表3所示。

为避免单一姿态的偶然性,仿真在机器人关节空间随机取500个位姿点,采用单参数独立扰动法,对每个运动学参数单独施加扰动,其余参数保持标称值,将角度类参数施加  $\pm 0.01^\circ$  双向扰动,对于长度类参数施加  $\pm 0.1$  mm 双向扰动。为统一量纲并避免姿态奇异性,采用以下误差定义,位置误差为笛卡尔空间欧式距离,即

$$\Delta P_{\text{pos}} = \sqrt{(dX)^2 + (dY)^2 + (dZ)^2} \quad (23)$$

式中,  $\Delta P_{\text{pos}}$  为位置误差,  $dX$ 、 $dY$ 、 $dZ$  为笛卡尔空间内 X、Y、Z 3 个方向上的位置偏差。

姿态误差为旋转矩阵的 Frobenius 范数,设标称姿态旋转矩阵为  $R_0$ , 扰动后为  $R_s$ , 则姿态误差为

$$\Delta P_{\text{pori}} = \left\| R_s R_0^T - I \right\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (R_s R_0^T - I)_{ij}^2} \quad (24)$$

式中,  $\Delta P_{\text{pori}}$  是姿态误差,  $I$  为单位矩阵。

将姿态误差与位置误差相加得到综合误差,即

$$\Delta P_{\text{total}} = \Delta P_{\text{pos}} + \Delta P_{\text{pori}} \quad (25)$$

式中,  $\Delta P_{\text{total}}$  是综合误差。

六自由度机械臂各运动学参数扰动下的末端综合位姿误差变化特征如图9所示。可见,不同误差对末端位姿的敏感性差异显著,在不同时刻对机器人进行温度测量,获取各测温探头的实时温度数据,并基于误差参数辨识算法求解得到不同温度状态下对应的运动学参数误差值。

为量化各误差参数受温度影响的程度,将实际辨识得到的误差参数值与仿真分析中设定的参数扰动基准值进行比较,其比例关系可表示为

$$P_o(T) = \frac{\Delta \eta_o(T)}{\delta \eta_o} \quad (26)$$

式中,  $\Delta \eta_o(T)$  表示温度为  $T$  时第  $o$  个误差参数的实际变化量,  $\delta \eta_o$  为对应参数在仿真中设定的扰动基准值。进一步地,结合仿真所得的平均综合误差  $E_{\text{mean}}$ , 可计算各误差参数在不同温度下对机器人末端位姿的影响程度  $H$ , 如式(27)所示。

$$H = E_{\text{mean}} \times P_o(T) \quad (27)$$

影响程度指标  $H$  反映了在特定温度状态下,参数  $\eta_o$  对末端精度的实际贡献大小。将达到热平衡后进行热漂移参数辨识的各个运动学参数误差进行计算,得到各个运动学参数误差的  $H$  值,如表4所示。

由表4可得,对温度显著敏感参数为  $\Delta \theta_4$ 、 $\Delta \theta_6$ 、 $\Delta \alpha_4$ 、 $\Delta d_1$ 、 $\Delta d_4$ 、 $\Delta d_6$ 、 $\Delta \alpha_2$ 、 $\Delta \alpha_3$ 、 $\Delta \beta_2$ 。通过测量及辨识数据,与温度建立映射函数,可得温度误差敏感模型为

表3 KUKA KR16-2 机器人各轴运动范围  
Table 3 KUKA KR16-2 robot axis travel ranges

$\theta_1 / (^\circ)$	$\theta_2 / (^\circ)$	$\theta_3 / (^\circ)$
-180~180	-155~35	-130~154
$\theta_4 / (^\circ)$	$\theta_5 / (^\circ)$	$\theta_6 / (^\circ)$
-350~350	-130~130	-350~350

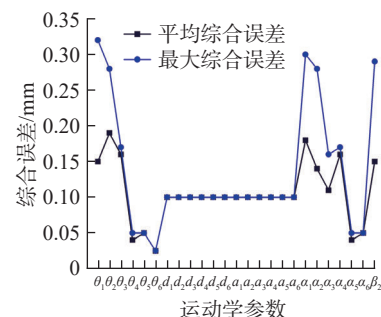


图9 误差参数敏感性分析  
Fig.9 Sensitivity analysis of error parameters

$$\begin{cases}
 \Delta\theta_4 = -1.025 \times 10^{-3} - 1.096 \times 10^{-7} t_4^2 - 1.701 \times 10^{-7} t_{44}^2 - 4.692 \times 10^{-8} t_5^2 + \\
 9.931 \times 10^{-6} t_4 + 2.567 \times 10^{-5} t_{44} + 1.119 \times 10^{-5} t_5 + 1.642 \times 10^{-8} t_4 t_{44} + \\
 6.421 \times 10^{-9} t_4 t_5 + 3.24 \times 10^{-8} t_{44} t_5 \\
 \Delta\theta_6 = -1.005 \times 10^{-2} - 2.324 \times 10^{-4} t_6 + 7.483 \times 10^{-4} t_{55} - 7.929 \times 10^{-6} t_6^2 + \\
 1.947 \times 10^{-6} t_{55} t_6 - 8.834 \times 10^{-6} t_{55}^2 \\
 \Delta\alpha_4 = 4.428 \times 10^{-4} + 3.872 \times 10^{-6} t_{44} + 2.037 \times 10^{-6} t_4 + 1.691 \times 10^{-6} t_5 - \\
 1.008 \times 10^{-8} t_{44}^2 - 6.486 \times 10^{-9} t_4^2 - 2.778 \times 10^{-9} t_5^2 + 9.717 \times 10^{-10} t_{44} t_4 + \\
 3.795 \times 10^{-10} t_{44} t_5 + 1.914 \times 10^{-9} t_4 t_5 \\
 \Delta d_1 = 2.26 \times 10^{-3} \times (t_1 - 24.3) \\
 \Delta d_4 = 2.15 \times 10^{-3} \times (t_4 - 24.3) \\
 \Delta d_6 = 1.99 \times 10^{-3} \times (t_6 - 24.3) \\
 \Delta a_2 = 2.08 \times 10^{-3} \times (t_2 - 24.3) \\
 \Delta a_3 = 2.19 \times 10^{-3} \times (t_3 - 24.3) \\
 \Delta\beta_2 = 2.539 \times 10^{-3} - 2.815 \times 10^{-4} t_{11} - 2.98 \times 10^{-5} t_2 + 7.4 \times 10^{-6} t_{11}^2 + \\
 3.458 \times 10^{-6} t_2^2 + 7.498 \times 10^{-7} t_{11} t_2
 \end{cases} \quad (28)$$

式中,  $t_i$  为第  $i$  个关节的温度,  $t_{11}$ 、 $t_{44}$ 、 $t_{55}$  为第 1、4、5 个连杆的温度。

在不同时刻采集关键测点的温度数据, 并将之代入所建立的温度 -

热致误差参数映射模型中, 计算得到长度类误差参数和角度类误差参数的变化结果, 如图 10 所示。

由图 10 (a) 可见, 各连杆长度

误差参数  $d_1$ 、 $d_4$ 、 $d_6$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  均随时间呈现明显的单调递增趋势。在运行 0~60 min, 各参数增长速率较快, 表现出明显的快速累积特征。随着运行时间延长, 系统约于 120 min 进入热稳态阶段, 各参数变化趋于饱和。其中,  $a_3$  的变化幅值最大, 其等效长度误差增至约 0.025 mm,  $d_1$  最终稳定在约 0.023 mm,  $d_4$  与  $a_2$  误差约为 0.019 mm,  $d_6$  的变化幅值相对较小, 最终约为 0.016 mm, 这表明温升对结构尺度参数具有显著的累积放大作用。相比之下, 图 10 (b) 中角度类误差参数的变化规律表现出更为复杂的特征, 如  $\theta_6$ 、 $\beta_2$  角度误差参数随温度升高呈现正向累积增长, 其中  $\theta_6$  的角度误差由初始增至约 0.0011 rad, 而  $\beta_2$  最终稳定在约 0.0005 rad。  $\theta_4$  与  $\alpha_4$  在负方向上缓慢变化, 其误差分别约为 -0.00055 rad 和 -0.00025 rad。这一差异表明, 机器人关节升温在初始阶段首先作用于关节内部传动系统, 温度变化引起减速器、轴承及装配间隙的啮合状态发生改变, 从而导致关节传动精度退化, 并产生方向不一致的角度误差; 随着运行时间的增加, 关节处产生的热量通过热传递效应逐步向相邻连杆扩散, 相邻连杆在受热条件下发生材料热膨胀, 其几何尺度变化直接作用于机器人整体运动学模型, 使等效连杆长度误差不断累积。综上可得, 机器人关节温升一方面通

表 4 各个运动学参数作用效果

Table 4 Effects of various kinematic parameters

关节	$a_i/\text{mm}$	$\alpha_i/(\text{°}/\text{mm})$	$d_i/\text{mm}$	$\theta_i/(\text{°})$	$\beta_i/(\text{°}/\text{mm})$
1	-0.007842	-0.001169	0.022826	0.007347	0
2	0.018928	0.001496	-0.000107	-0.000122	0.486703
3	0.024309	0.003762	-0.000107	0.004005	0
4	0.001398	-0.240845	0.001956	-0.123835	0
5	-0.004799	0.004594	0.000278	-0.001087	0
6	-0.005563	-0.003829	0.018928	0.160285	0

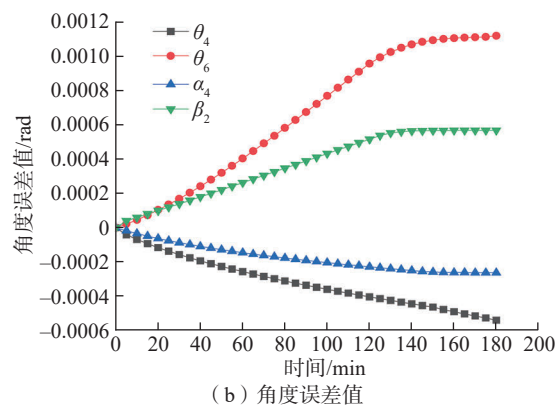
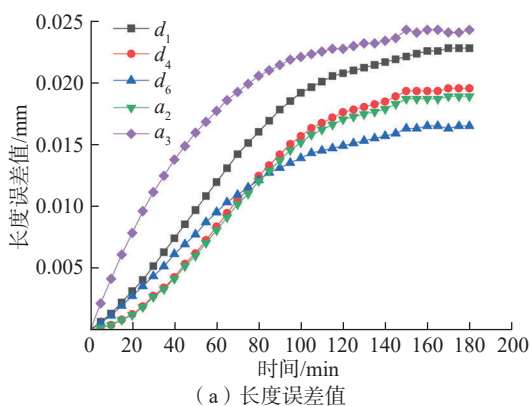


图 10 参数误差值

Fig.10 Parameter error value

过结构材料的热膨胀效应引起连杆等效长度的整体变化,表现为方向一致的长度类误差;另一方面通过影响关节传动系统的啮合状态与装配间隙,引入方向不一致的角度误差。

### 3.5 补偿效果分析与对比

传统的机器人温度补偿方法认为温度变化只影响参数  $d$  和  $a$  中的非零值<sup>[29]</sup>,对于 KUKA KR16-2 机器人,其  $d_1, d_4, d_6, a_2, a_3, a_4$  为非零值,因此传统方法只补偿这几个运动学误差参数。为验证本文方法的有效性,对工业机器人末端位姿误差进行

在线补偿,并与传统方法进行对比,在线补偿流程如图 11 所示。

首先,通过 TCP/IP 通信建立上位机与机器人控制柜的连接,获取常温条件下目标点的位姿误差,并采用改进的 GOA 完成几何误差参数辨识。其次,通过循环运动使机器人升温,并以 30 min 为间隔采集关键节点温度数据,将温度信息代入热致敏感性参数误差模型,计算相应的热致误差参数。在此基础上,将常温辨识参数与热致误差参数叠加,得到运动学参数补偿量及补偿后的末端位姿。

最后,由上位机向控制器发送校正后的位姿指令,实现热误差的实时补偿。为验证方法的有效性,在机器人完全冷却后再次进行升温试验,当运行 90 min 后采集关键节点温度,并基于显著温度敏感性参数对机器人进行补偿,其补偿效果如图 12 所示。

图 12 (a)为位置补偿效果对比,12 (b)为姿态补偿效果对比,3 条线分别代表未补偿、基于文献[29]的传统方法及本文方法的补偿效果。从整体趋势可见,无论是在位置误差还是姿态误差方面,本文方法均表现出

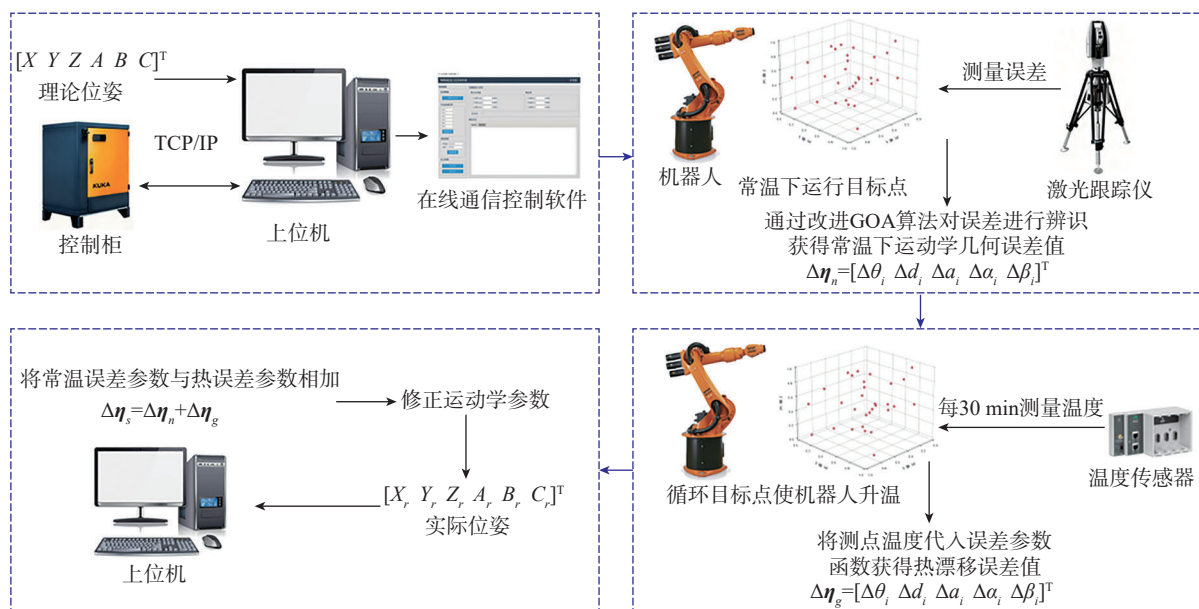


图 11 工业机器人补偿流程

Fig.11 Industrial robot compensation process

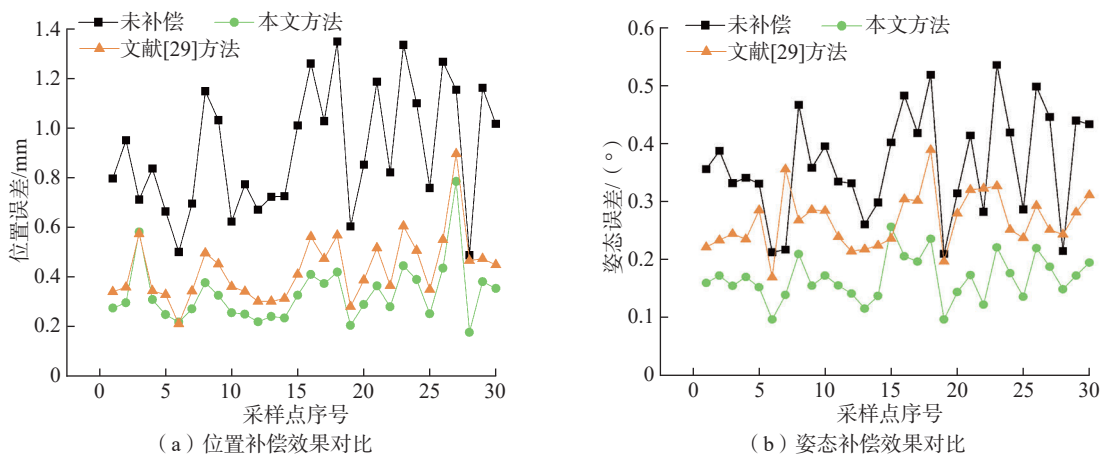


图 12 补偿效果对比

Fig.12 Compensation effect comparison

表5 机器人位置误差补偿对比试验结果

Table 5 Experimental results comparing robot position error compensation methods

方法	平均位置误差/mm	平均姿态误差/(°)	最大位置误差/mm	最大姿态误差/(°)
未补偿	0.9076	0.3646	1.2652	0.5183
传统方法	0.4418	0.2478	0.8957	0.3891
本文方法	0.3467	0.1778	0.7849	0.2568

更优的补偿效果,能显著降低机器人运行过程中的热致漂移,验证了所提温度补偿方法的有效性。

根据表5列出的补偿效果对比数据,计算不同方法的补偿效率。在位置误差方面,传统方法平均位置补偿效率为51.32%,最大位置补偿效率为29.20%;而本文方法将平均位置补偿效率提升至61.80%,最大位置补偿效率提升至37.96%。在姿态误差方面,传统方法平均姿态补偿效率为32.04%,最大姿态补偿效率为24.93%;而本文方法则将平均姿态补偿效率提升至51.23%,最大姿态补偿效率提升至50.45%。

综合分析可知,本文方法在位置误差的补偿效果上略优于传统方法,而在姿态误差方面则显著优于传统方法,体现出明显的性能提升。

## 4 结论

本文针对工业机器人在高精度作业中几何误差与温度误差耦合问题,建立了一套完整的在线补偿系统和温度误差补偿模型,大幅度提升了机器人末端位姿精度。得到以下主要结论。

(1) 基于MD-H运动学模型建立工业机器人的正运动学关系,并利用微分几何理论推导末端位姿误差与几何运动学参数误差之间的传递关系;针对温度变化引起的运动学参数漂移问题,采用多元多项式非线性方法建立温度与运动学参数之间的映射模型;将热致参数变化引入几何误差参数模型中,实现几何误差参数与热误差参数的统一建模。

(2) 针对工业机器人误差参数求解收敛速度慢、易陷入局部最优等问题,提出了一种改进GOA方法。通过引入Tent混沌映射对初始种群进行初始化,以增强初始种群分布的均匀性与多样性;同时融合差分进化策略以强化算法早期的全局搜索能力。通过上述改进显著改善了传统GOA在收敛速度与全局寻优能力方面的不足。在相同试验条件下,与传统GOA及WOA相比,改进GOA的迭代时间分别减少25.00%和44.86%,迭代次数分别减少66.50%与80.46%,误差值分别降低21.12%与38.80%。

(3) 通过误差雅可比矩阵与工作空间仿真结合,量化分析了各运动学参数对末端位姿精度的影响程度,并结合实际温度漂移量筛选出 $\Delta\theta_4$ 、 $\Delta\theta_6$ 、 $\Delta\alpha_4$ 、 $\Delta d_1$ 、 $\Delta d_4$ 、 $\Delta d_6$ 、 $\Delta a_2$ 、 $\Delta a_3$ 、 $\Delta\beta_2$ 这9个温度敏感参数,在有效降低在线补偿参数维数的同时,实现了对传统方法中热致误差建模不充分问题的改进。结果表明,本文方法相较于补偿前的平均位置与姿态误差补偿效率分别提升了61.8%和51.23%。

## 参考文献

- [1] 张超,周光辉,李晶晶,等.面向航空复杂零件智能工艺规划的孪生工艺模型构建与应用研究[J].机械工程学报,2024,60(6):32-43.
- ZHANG Chao, ZHOU Guanghui, LI Jingjing, et al. Research on the construction and application of digital twin process model for intelligent process planning of aviation complex parts[J]. Journal of Mechanical Engineering,

2024, 60(6): 32-43.

[2] 林嘉睿,程东源,刘思仁,等.工业机器人绝对定位误差补偿方法[J].航空制造技术,2022,65(5):46-54.

LIN Jiarui, CHENG Dongyuan, LIU Siren, et al. Absolute positioning error compensation method for industrial robot[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2022, 65(5): 46-54.

[3] MEI B, LIANG Z S, XIE Y D, et al. Positioning accuracy enhancement of a robotic assembly system for thin-walled aerostructure assembly[J]. Journal of Industrial Information Integration, 2023, 35: 100518.

[4] CHEN D D, YUAN P J, WANG T M, et al. A compensation method for enhancing aviation drilling robot accuracy based on co-Kriging[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2018, 19(8): 1133-1142.

[5] WU Y E, KLIMCHIK A, CARO S, et al. Geometric calibration of industrial robots using enhanced partial pose measurements and design of experiments[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2015, 35: 151-168.

[6] YIN S B, GUO Y, REN Y J, et al. Real-time thermal error compensation method for robotic visual inspection system[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 75(5-8): 933-946.

[7] 陈志国.打磨机械臂轨迹规划与几何参数标定研究[D].淮南:安徽理工大学,2025.

CHEN Zhiguo. Trajectory planning and geometric parameter calibration for grinding robotic arms[D]. Huainan: Anhui University of Science & Technology, 2025.

[8] 刘伟,刘顺,邓朝晖,等.工业机器人定位误差补偿技术研究进展[J].机械工程学报,2023,59(17):1-16.

LIU Wei, LIU Shun, DENG Zhaohui, et al. Research progress on positioning error compensation technology of industrial robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(17): 1-16.

[9] 周健,郑联语,樊伟,等.工业机器人定位误差在线自适应补偿[J].机械工程学报,2023,59(5):53-66.

ZHOU Jian, ZHENG Lianyu, FAN Wei, et al. Adaptive online compensation for industrial

- robot positioning error[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(5): 53–66.
- [10] KHANESAR M A, YAN M R, ISA M, et al. Precision denavit-hartenberg parameter calibration for industrial robots using a laser tracker system and intelligent optimization approaches[J]. *Sensors*, 2023, 23(12): 5368.
- [11] DEGHANI M, MCKENZIE R A, IRANI R A, et al. Robot-mounted sensing and local calibration for high-accuracy manufacturing[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2023, 79: 102429.
- [12] HE J H, GU L F, YANG G L, et al. A local POE-based self-calibration method using position and distance constraints for collaborative robots[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2024, 86: 102685.
- [13] ZHANG J, GUO S J, LYU H, et al. Error compensation for industrial robots combining kinematics characterized by conformal geometric algebra and fused observability-index-based measurement strategy[J]. *Measurement Science and Technology*, 2025, 36(1): 016223.
- [14] LAO D B, QUAN Y B, WANG F, et al. Error modeling and parameter calibration method for industrial robots based on 6-DOF position and orientation[J]. *Applied Sciences*, 2023, 13(19): 10901.
- [15] 司泽轩, 张军, 刘宇庭, 等. 工业机器人去冗余测量与考虑不确定度的误差补偿[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2025, 59(9): 1975–1985.
- SI Zexuan, ZHANG Jun, LIU Yuting, et al. Industrial robot de-redundant measurement and error compensation considering uncertainty[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2025, 59(9): 1975–1985.
- [16] 温秀兰, 李国成, 宋爱国, 等. 自适应蒙特卡洛法用于机器人标定定位精度可靠性分析研究[J]. *仪器仪表学报*, 2025, 46(8): 341–350.
- WEN Xiulan, LI Guocheng, SONG Aiguo, et al. Analysis and study on the positioning accuracy reliability of calibrated robots based on adaptive Monte Carlo simulation[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2025, 46(8): 341–350.
- [17] 唐宇存, 李锦忠, 林安迪, 等. 基于三坐标测量机的机器人位姿精度检测方法[J]. *计算机工程与应用*, 2020, 56(5): 257–262.
- TANG Yucun, LI Jinzhong, LIN Andi, et al. Method for measuring robot pose accuracy based on coordinate measuring machine[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2020, 56(5): 257–262.
- [18] ZHANG J Y, LOU Z F, FAN K C. Accuracy improvement of a 3D passive laser tracker for the calibration of industrial robots[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2023, 81: 102487.
- [19] 刘永兴, 唐小琦, 周向东, 等. 基于视觉多点位姿约束的机器人校准方法[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2025, 53(6): 1–6.
- LIU Yongxing, TANG Xiaoqi, ZHOU Xiangdong, et al. Robot calibration method based on visual multi-point pose constraint[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2025, 53(6): 1–6.
- [20] ZHU Q D, XIE X R, LI C, et al. Kinematic self-calibration method for dual-manipulators based on optical axis constraint[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 7768–7782.
- [21] 高诣民, 刘宸瑜, 张宁, 等. 基于模拟退火优化的KLT图像匹配算法[J]. *内蒙古工业大学学报(自然科学版)*, 2025, 44(5): 402–408.
- GAO Yimin, LIU Chenyu, ZHANG Ning, et al. KLT image matching algorithm based on simulated annealing optimization[J]. *Journal of Inner Mongolia University of Technology (Natural Science Edition)*, 2025, 44(5): 402–408.
- [22] 黄智, 闵杰, 陈贵科, 等. 基于改进模拟退火算法的工业机器人绝对定位精度提高[J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2024, 57(4): 374–381.
- HUANG Zhi, MIN Jie, CHEN Guike, et al. Improvement in absolute positioning accuracy of industrial robot based on improved simulated annealing algorithm[J]. *Journal of Tianjin University(Science and Technology)*, 2024, 57(4): 374–381.
- [23] 陈卓凡, 周坤, 秦菲菲, 等. 基于改进量子粒子群优化算法的机器人逆运动学求解[J]. *中国机械工程*, 2024, 35(2): 293–304.
- CHEN Zhuofan, ZHOU Kun, QIN Feifei, et al. Inverse kinematics solution of robots based on IQPSO algorithm[J]. *China Mechanical Engineering*, 2024, 35(2): 293–304.
- [24] 廖文和, 田威, 李波, 等. 机器人精度补偿技术与应用进展[J]. *航空学报*, 2022, 43(5): 1–22.
- LIAO Wenhe, TIAN Wei, LI Bo, et al. Error compensation technology and its application progress of an industrial robot[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, 43(5): 1–22.
- [25] 梁健, 封善斋, 甄明吉, 等. 结合几何误差模型和神经网络的三坐标测量机全面误差补偿方法[J]. *仪器仪表学报*, 2025, 46(7): 150–159.
- LIANG Jian, FENG Shanzhai, ZHEN Mingji, et al. Comprehensive error compensation method for coordinate measuring machine based on geometric error model and neural network[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2025, 46(7): 150–159.
- [26] TAO Y, LIU H T, CHEN S, et al. An off-line error compensation method for absolute positioning accuracy of industrial robots based on differential evolution and deep belief networks[J]. *Electronics*, 2023, 12(17): 3718.
- [27] SIGRON P, ASCHWANDEN I, BAMBACH M. Compensation of geometric, backlash, and thermal drift errors using a universal industrial robot model[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2024, 21(4): 6615–6627.
- [28] 王一, 任永杰, 郝继贵, 等. 测量机器人在线动态温度误差补偿技术[J]. *光子·激光*, 2009, 20(4): 491–494.
- WANG Yi, REN Yongjie, ZHU Jigui, et al. On-line and dynamic thermal error compensation for Measuring robot[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2009, 20(4): 491–494.
- [29] 郝继贵, 张楠楠, 任永杰, 等. 基于双目立体视觉的工业机器人在线温度补偿[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(9): 2139–2149.
- ZHU Jigui, ZHANG Nannan, REN Yongjie, et al. In-line thermal compensation of industrial robots based on binocular stereo vision[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2018, 26(9): 2139–2149.
- [30] LI R, ZHAO Y. Dynamic error compensation for industrial robot based on thermal effect model[J]. *Measurement*, 2016, 88: 113–120.
- [31] 陈守欢, 周婷婷, 胡天亮. 六自由度铣削加工机器人刚度建模及误差补偿[J]. *计算机集成制造系统*, 2023, 29(2): 404–418.
- CHEN Shouhuan, ZHOU Tingting, HU Tianliang. Stiffness modeling and error compensation method of 6-DOF milling robot[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2023, 29(2): 404–418.

[32] 田威, 程思渺, 李波, 等. 考虑关节回差的工业机器人精度补偿方法[J]. 航空学报, 2022, 43(5): 77–91.

TIAN Wei, CHENG Simiao, LI Bo, et al. An error compensation method of an industrial

robot with joint backlash[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43(5): 77–91.

[33] 唐尧, 张恩政, 陈本永, 等. 基于运动学分析的工业机器人轨迹精度补偿方法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(3): 175–183.

TANG Yao, ZHANG Enzheng, CHEN Benyong, et al. Trajectory precision compensation method for industrial robot based on kinematics analysis[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(3): 175–183.

## Online Accuracy Compensation of Industrial Robots Considering Temperature-Dependent Kinematic Parameters

GUO Shijie<sup>1,2</sup>, XIAO Jiacheng<sup>1</sup>, LI Zeyu<sup>1</sup>, JIA Liang<sup>1</sup>, JIA Jing<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China;

2. Inner Mongolia Key Laboratory of Robotics and Intelligent Equipment Technology, Hohhot 010051, China)

**[ABSTRACT]** To address the degradation of end-effector pose accuracy caused by the coupling of geometric and thermal errors during the high-precision operations of industrial robots, this study focuses on a six-degree-of-freedom industrial robot and proposes an online accuracy compensation method that accounts for the temperature-dependent variations in kinematic parameters. A geometric error model was established based on the MD–H kinematic formulation, and a mathematical relationship between temperature variations and kinematic parameters was constructed, enabling unified modeling of thermally induced kinematic parameter drift. To overcome the slow convergence and susceptibility to local optima of conventional parameter identification algorithms, an improved Goat Optimization Algorithm integrating Tent chaotic mapping and differential evolution strategies was developed and employed for high-precision identification of geometric error parameters. Furthermore, key temperature-sensitive parameters with a significant influence on end-effector pose accuracy were selected through error Jacobian analysis and workspace simulations, thereby reducing the complexity of online compensation. Experimental results on a KUKA KR16–2 industrial robot demonstrate that the proposed method reduces the average position error and average orientation error to 0.3467 mm and 0.1778°, respectively, achieving reductions of 61.80% and 51.23%, which verifies the effectiveness of the proposed approach.

**Keywords:** Industrial robots; Thermal error; Parameter temperature characteristics; Parameter identification; Online compensation

(责编 逸飞)